УДК 681.511

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ПРИЛИВНЫХ ЯВЛЕНИЙ В ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЯХ ЗЕМЛИ

В.А. Ефимов

Кандидат технических наук, доцент кафедры Радиотехники и радиосистем Владимирского государственного университета имени А.Г. и Н.Г. Столетовых, г.Владимир.

Во всех приповерхностных геофизических полях Земли под действием сил гравитационного взаимодействия планет Солнечной системы и вследствие вращения Земли наблюдаются приливные явления. Мониторинг параметров этих явлений необходим для обеспечения нормального функционирования сложных технических систем. В статье рассмотрены различные подходы к решению этой задачи на основе критериев: минимума среднего квадрата, максимума функции правдоподобия и максимума отношения сигнал/шум. Показано, что метод узкополосной фильтрации является наиболее эффективной процедурой непрерывного анализа экспериментальных данных.

Ключевые слова: приливные явления, гармонический анализ сигналов приливных явлений и оценка их параметров, критерии эффективности обнаружения, спектрально-временной анализ нестационарных процессов, согласованная фильтрация.

Введение.

Любой физический эксперимент направлен на получение качественной и количественной информации об объекте исследования на основе анализа полученных экспериментальных данных. Результат анализа зависит от того, насколько точно соответствует метод обработки, базирующийся на принятой математической модели исследуемого явления, его физической сущности. Математическая модель есть аналитическое описание физического эксперимента. Она не определяется однозначно исследуемым явлением и никогда не отражает всех его свойств и особенностей. Это обстоятельство порождает разработку множества математических моделей и, соответственно, способов обработки экспериментальных данных для исследования одного и того же явления. Вместе с тем существует известный консерватизм в практическом применении методов анализа. Так, например, при изучении приливных явлений в геофизических полях широко применяется критерий минимума средних квадратов. Однако возможно использование иных процедур обработки экспериментальных данных, которые позволяют получить более надежные результаты.

*Модели сигналов приливных явлений***.**

Приливные явления наблюдаются во всех геофизических полях Земли. В соответствии с [1] физическая модель группового приливного процесса есть сумма гармонических колебаний

$$s(t) = \sum_{j=1}^{N} a_j \cos(\omega_j t + \varphi_j) , \qquad (1)$$

где t – текущее время; j – номер прилива в группе; $a_j , \omega_j , \varphi_j$ – амплитуда, угловая скорость и начальная фаза j-той составляющей группового приливного явления $s(t)$, N – число учитываемых компонент. Часть параметров в модели (1) задаются достаточно точно. Значения ω_j и φ_j определяются аналитически из уравнений гравитационного взаимодействия Луны и Земли при их орбитальном движении в Солнечной системе [2]. Эти параметры стабильны во времени, в то время как a_j зависит от географических координат, типа геофизического поля и множества неизвестных факторов. Принято считать, что a_j есть величина постоянная, по крайней мере, на интервале анализа. Однако при длительных наблюдениях (годовых и более) это утверждение не соответствует действительности. Поэтому динамика амплитуд составляющих приливных явлений представляет научный интерес и может учитываться при фундаментальных астрономических наблюдениях, изучении процессов прецессии и нутации мгновенной оси вращения Земли в пространстве, высокоточном нивелировании, в гидрологии и вулканологии, при гравиметрической разведке и изучении внутренней структуры Земли.

На практике результаты экспериментальных измерений интенсивности геофизических полей $y(t)$ принято рассматривать в виде аддитивной смеси полезного сигнала $s(t)$, случайного «дрейфа нуля» измерительного прибора $d(t)$, результата воздействия на измерительную систему метеофакторов $e(t)$ и случайной гауссовой компоненты $n(t)$, то есть

$$y(t) = s(t) + d(t) + e(t) + n(t) = s(t) + N(t). \qquad (2)$$

Если на интервале наблюдения T амплитуду j–той составляющей группового приливного явления рассматривать как неизвестную и неизменяющуюся во времени величину a_{jx} (процесс, по меньшей мере, локально стационарен), то её математическая модель в соответствии с (1) может быть записана в виде

$$s_{jx}(t) = a_{jx}\cos(\omega_j t + \varphi_j). \qquad (3)$$

С учетом моделей (1), (2) и (3) рассмотрим результаты обработки экспериментальных данных процедурами, основанными на критериях: минимума среднего квадрата (МСК), максимума функции правдоподобия (ОМП) и максимума отношения сигнал/шум.

Критерий МСК.

В соответствии с этим критерием усредненное по интервалу анализа T квадратичное значение функции невязки экспериментальных данных $y(t)$ и модели (3) равно

$$\begin{gathered} R(a_{jx}) = \frac{1}{T}\int_0^T\left[y(t) - s_{jx}(t)\right]^2 dt = \frac{1}{T}\int_0^T y^2(t)dt + \frac{1}{T}\int_0^T s_{jx}^2(t)dt - \\ - \frac{1}{T}\int_0^T 2s(t)s_{jx}(t)dt - \frac{1}{T}\int_0^T 2N(t)s_{jx}(t)dt = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \end{gathered}. \qquad (4)$$

Минимум функции $R(a_{jx})$ по координате $a_{jx},$ находится градиентным методом поиска

$$\frac{\partial R(a_{jx})}{\partial a_{jx}} = \frac{\partial I_1}{\partial a_{jx}} + \frac{\partial I_2}{\partial a_{jx}} + \frac{\partial I_3}{\partial a_{jx}} + \frac{\partial I_4}{\partial a_{jx}} = 0$$

$$\frac{\partial I_1}{\partial a_{jx}}=0\ ; \qquad \frac{\partial I_2}{\partial a_{jx}}=\frac{2}{T}\int_0^T a_{jx}\cos^2(\omega_j t+\varphi_j)dt\ ;$$

$$\frac{\partial I_3}{\partial a_{jx}}=-\frac{2}{T}\int_0^T a_j\cos^2(\omega_j t+\varphi_j)dt-\frac{2}{T}\int_0^T\sum_{i=1\neq j}^{N-1}a_i\cos(\omega_j t+\varphi_j)\cos(\omega_i t+\varphi_i)dt\ ;$$

$$\frac{\partial I_4}{\partial a_{jx}}=-\frac{2}{T}\int_0^T N(t)\cos(\omega_j t+\varphi_j)dt\ .$$

(5)

Из (5) следует:

$$a_{jx}\cdot I=a_j\cdot I+\frac{2}{T}\int_0^T\sum_{i=1\neq j}^{N-1}a_i\cos(\omega_j t+\varphi_j)\cos(\omega_i t+\varphi_i)dt+\frac{2}{T}\int_0^T N(t)\cos(\omega_j t+\varphi_j)dt\ ,$$

где $I=\frac{2}{T}\int_0^T\cos^2(\omega_j t+\varphi_j)dt=1-\frac{1}{2\omega_j T}\left[\sin 2(\omega_j T+\varphi_j)-\sin 2\varphi_j\right]$. (6)

При $\omega_j T » 1$, что всегда наблюдается на практике, $I \sim 1$ и оценка амплитуды j – той составляющей приливного явления равна

$$\hat{a}_j=a_j+\frac{2}{T}\int_0^T\sum_{i=1\neq j}^{N-1}a_i\cos(\omega_j t+\varphi_j)\cos(\omega_i t+\varphi_i)dt+$$

$$+\frac{2}{T}\int_0^T\left[d(t)+e(t)\right]\cos(\omega_j t+\varphi_j)dt+\frac{2}{T}\int_0^T n(t)\cos(\omega_j t+\varphi_j)dt\ . \qquad (7)$$

Для точного выполнения равенства $I = 1$ необходимо выбрать время анализа T так, чтобы $\omega_j T = \pi$.

Анализ выражения (7) показывает, что погрешность оценки амплитуды $\hat{a}_j$ зависит от величины, пропорциональной корреляции j – той составляющей с остальными $N-1$ компонентами группового приливного явления, «дрейфом нуля» измерительного прибора, в том числе и под влиянием метеофакторов и шумовой составляющей. С частотной точки зрения вклад i–той ($i = 1...N-1$, $i \neq j$) компоненты в оценку амплитуды j–той составляющей определяется результатом низкочастотной фильтрации суммы комбинационных частот, возникающих при перемножении двух гармонических колебаний с разными частотами или

$$a_i\cos(\omega_j t+\varphi_j)\cos(\omega_i t+\varphi_i)=$$
$$=0{,}5a_i[\cos(\omega_j t-\omega_i t+\varphi_j-\varphi_i)+\cos(\omega_j t+\omega_i t+\varphi_j+\varphi_i)]\ . \qquad (8)$$

Если разностная частота $\omega_j - \omega_i$ находится в рабочей полосе частот интегратора, то погрешность измерений зависит от амплитуды a_i. Для интегратора нижняя граничная частота равна нулю, а верхняя $\omega_в = 1/T$. С ростом T погрешность измерений уменьшается, так как уменьшается число комбинационных частот, попадающих в полосу частот интегратора, вместе с тем растет разрешающая способность. Однако на большом интервале времени исследуемые явления не могут рассматриваться как стационарные процессы, и тогда полученная оценка $\hat{a}_j$ не соответствует действительному значению. Поэтому этот вид погрешности может быть уменьшен только за счет изъятия (компенсации) из экспериментальных данных наиболее мощных мешающих составляющих, близких по частоте к ω_j [2]. Следовательно, точность измерения амплитуды j–той составляющей зависит от точности измерения амплитуд всех остальных составляющих, корректностью проведения операции компенсации и не может быть повышена за счет существенного увеличения интервала анализа T.

Погрешности, обусловленные «дрейфом нуля» и влиянием метеофакторов, также могут быть снижены путем введения в экспериментальные данные компенсирующих сигналов, которые формируются на основании детерминированных или стохастических моделей [1]. Вместе с тем вклад в погрешность измерений шумовых составляющих следует рассматривать как результат прямого преобразования «белого» гауссова шума в полосе $\Delta f = 1/\pi T$ *Гц* с центром ω_j в область низких частот. При этом дисперсия преобразованного процесса будет определяться величиной Δf и спектральной плотностью входных шумов. Так как спектральная плотность шумов растет с уменьшением частоты, то величина вклада шумов будет разная для разных составляющих приливного явления.

Рассмотренный способ оценки величины $\hat{a}_j$ является прямым методом подгонки. Он предполагает задание априорной информации в виде параметров гармонических функций, сумма которых образует математическую модель исследуемого явления, а также разработку адекватных моделей изменения характеристик измерительной системы под воздействием метеофакторов. То есть требуется дополнительные каналы получения экспериментальных данных таких как: температура, влажность и т.д. При этом предполагается, что на интервале анализа исследуемый процесс стационарен, с чем не всегда можно согласиться, а погрешности задания ω_i и φ_i достаточно малы. С другой стороны, метод подгонки не позволяет уверенно утверждать, что применяемые математические модели действительно адекватны наблюдаемым явлениям. Тем не менее, на основе критерия МСК разработаны и нашли широкое применение в научно-исследовательской практике хорошо развитые программные продукты ETERNA 3.0 [4], VAV [3] и др.

ОМП оценка.

Ясно, что случайные составляющие $d(t)$ и $e(t)$ при любой процедуре обработки должны быть скорректированы тем или иным образом. Объединим скорректированные значения с $n(t)$, тогда экспериментальные данные $y(t)$ следует рассматривать как аддитивную смесь полезного сигнала (1) и гауссова «белого» шума $N(t)$ с равномерной спектральной плотностью $N_0/2$, по крайней мере, в полосе Δf.

Для такой модели в соответствии с критерием максимума правдоподобия может быть построена эффективная оценка амплитуд $\hat{a}_j$. Действительно, гармоническое колебание с параметрами a_{jx} ,ω_j, φ_j на интервале времени T обладает энергией

$$E(a_{jx}) = \int_0^T a_{jx}^2 \cos^2(\omega_j t + \varphi_j)dt = \frac{a_{jx}^2 T}{2}\left(1 - \frac{\sin 2(\omega_j T + \varphi_j) - \sin 2\varphi_j}{2\omega_j T}\right) \approx \frac{a_{jx}^2 T}{2} \text{ при } \quad \omega_j T \gg 1.$$

(9)

Функция правдоподобия реализации $y(t)$ на интервале анализа T при условии, что шумы гауссовы имеет вид [5]

$$W(y(t)/a_{jx}) = C\exp\left(\frac{2z - E(a_{jx})}{N_0}\right), \tag{10}$$

$$z = \int_0^T y(t)s_x(t)dt = a_{jx}a_j \int_0^T \cos^2(\omega_j t + \varphi_j)dt + a_{jx}\int_0^T \sum_{i=1 \neq j}^{N-1} a_i \cos(\omega_j t + \varphi_j)\cos(\omega_i t + \varphi_i)dt +$$

$$+a_{jx}\int_0^T N(t)\cos(\omega_j t+\varphi_j)dt \ =a_{jx}Z \ . \qquad (11)$$

Тогда ОМП оценкой $\hat{a}_{jx}$ будет точка максимума по a_{jx} функции $2a_{jx}Z$ – $a^2_{jx}T/2$. Единственный максимум этого квадратичного двучлена соответствует значению $Z = a_{jx}T/2$ или

$$\hat{a}_j = \frac{2}{T}Z \ = a_j + \frac{2}{T}\int_0^T \sum_{i=1\neq j}^{N-1} a_i\cos(\omega_j t+\varphi_j)\cos(\omega_i t+\varphi_i)dt + \frac{2}{T}\int_0^T N(t)\cos(\omega_j t+\varphi_j)dt \ .$$

(12)

Соотношения (12) и (7) по существу совпадают, следовательно, погрешность оценки $\hat{a}_j$ будет такая же, как и у оценки по методу МСК и все способы её уменьшения остаются прежними.

С реализационной точки зрения получение ОМП оценки $\hat{a}_j$ требует существенно меньших вычислительных затрат, чем по методу МСК. Действительно, вычисление корреляции (11) проще, чем итерационные процедуры градиентного поиска минимума функции невязки (4). При этом существует возможность получения оценки комплексной амплитуды, т.е. требование точного априорного знания фазы амплитуды приливного явления φ_j не является обязательным условием. В этом случае математическая модель искомого приливного явления записывается в комплексном виде

$$\dot{S}_{jx}(t) = a_{jx}\cos\varphi_j \cos\omega_j t - ja_{jx}\sin\varphi_j \sin\omega_j t \ = A_{jx}\cos\omega_j t - jB_{jx}\sin\omega_j t \ , \qquad (13)$$

где j– мнимая единица, соответственно комплексная корреляция равна

$$\dot{Z} = \int_0^T y(t)A_{jx}\cos\omega_j t\, dt \ + j\int_0^T y(t)B_{jx}\cos\omega_j t\, dt \ \ = Z_1 + jZ_2 \, . \qquad (14)$$

Тогда оценки амплитуды и фазы приливного явления определяются в соответствии с выражениями

$$\hat{a}_j \ = \frac{1}{T}\sqrt{Z_1^2+Z_2^2} \ , \ \hat{\varphi}_j = arctg(Z_2/Z_1) + \pi\frac{signZ_1 - 1}{2} \, . \qquad (15)$$

В этом случае погрешности оценок будут определяться отношением сигнал/(шум+помеха), где помехой являются сигналы приливных явлений на смежных частотах.

Задача получения ОМП оценок параметров приливных явлений применительно к процессам, наблюдающимся в электрическом поле Земли, рассмотрена в [6]. Разрешающая способность метода по частоте (также, как и МСК) определяется интервалом анализа T, на котором исследуемый процесс предполагается локально стационарным. Выход за временные рамки локальной стационарности приводит к сглаживанию полученных оценок, то есть к потере важной информации. Вместе с тем по-прежнему остается открытым вопрос о соответствии используемой математической модели реальным явлениям, существующим в геофизических полях. Представляет также научный интерес вопрос о реальной стабильности ω_j, φ_j на больших интервалах времени и как меняется при этом a_j. Ответы на эти вопросы позволяет получить линейная фильтрация экспериментальных данных в соответствии с критерием максимума отношения сигнал/шум [5].

Линейная (согласованная) фильтрация.

Согласованным (СФ) называется линейный фильтр, импульсная характеристика которого $h(t)$ пропорциональна зеркальному отображению сигнала $s(t)$ относительно вертикали t_0, делящей пополам интервал времени $(0, \tau)$, где он существует, т.е $h(t,\ t_0) = s(t_0 - t)$. Частотная характеристика СФ комплексно сопряжена со спектром сигнала длительностью T_s. Применительно к модели сигнала (3) его амплитудно-частотный спектр есть функция (при нулевом фазовом сдвиге и единичной амплитуде) [7]

$$S_j(\omega) = \frac{1}{2}\frac{\sin\left[\frac{(\omega - \omega_j)T_s}{2}\right]}{\frac{(\omega - \omega_j)T_s}{2}} = \frac{1}{2}\sin c\left[\frac{(\omega - \omega_j)T_s}{2}\right]. \qquad (16)$$

Фильтр с амплитудно-частотной характеристикой (16) физически нереализуем, так как функция $sinc(\cdot)$ не ограничена на частотной оси. Однако, если $S_j(\omega)$ взвесить оконным преобразованием с нулевыми значениями на концах частотного интервала $\omega_j \pm 1/\ T_s$, то фильтр становится реализуемым, и он является хорошим приближением к СФ для гармонического сигнала длительностью T_s на частоте ω_j. Фактически это есть узкополосная линейная резонансная система с центральной частотой настройки ω_j и рабочей полосой $\Delta\omega$, зависящей от T_s и типа применяемого окна. Ширина полосы пропускания $\Delta\omega$ выбирается достаточно малой, чтобы сигнал на выходе СФ нес неискаженную информацию об энергии входного процесса в полосе $\Delta\omega$ относительно центральной частоты настройки фильтра. С другой стороны, $\Delta\omega$ должна быть достаточно широкой, чтобы адекватно отображать динамику изменения амплитуды сигнала, т.е. быть существенно больше максимального изменения частоты исследуемого сигнала. Следует заметить, что $\Delta\omega$ определяет разрешающей способностью СФ по частоте, которая не зависит от T, как в рассмотренных выше методах, причем $T > T_s$. Отклик СФ на входное воздействие отслеживает медленное изменением частоты и амплитуды сигнала на входе в каждый момент времени, и он приблизительно такой же, какой имеет гармоническое колебание на входе системы с этими значениями частоты и амплитуды.

В рамках поставленной задачи оценки амплитуд гармонических составляющих в вариациях геофизических полей Земли импульсная переходная характеристика анализирующего фильтра $h_j(t)$ находится как усеченное обратное преобразование Фурье от взвешенной функции (16). Соответственно, реакция согласованного фильтра на входное воздействие $y(t)$ определяется соотношением

$$s_{вых}(t) = \int_0^{T_s} h_j(\tau) y(t-\tau) d\tau = a_{jx}\cos(\omega_j t + \varphi_{jx}) = a_j \cos(\omega_j t + \varphi_j + \theta_j) +$$

$$+ \int_0^{T_s} h_j(\tau) \sum_{i=1\neq j}^{N-1} a_i \cos[\omega_i (t-\tau) + \varphi_i] d\tau + \int_0^{T_s} h_j(\tau) N(t-\tau) d\tau \qquad (17)$$

и есть сумма гармонического колебания с амплитудой a_j на частоте ω_j, отклика СФ на детерминированные составляющие и отклика СФ на случайные составляющие $y(t)$. Если $\Delta\omega < (\omega_j - \omega_i)$ для любых i и j , то вкладом детерминированных составляющих в (17) можно пренебречь без потери информации о динамике a_j во времени. Так как СФ является узкополосной резонансной системой, то её отклик на $N(t)$ следует рассматривать как нормальный случайный процесс с нулевым матожиданием и дисперсией $\sigma^2_{\Delta\omega}$, зависящей от $\Delta\omega$. Все составляющие (17) являются квазигармоническими колебаниями, тогда их аддитивная смесь также есть квазигармоническое колебание на частоте ω_j, огибающая и начальная фаза которого изменяются во времени

$$s_{вых}(t) = S(t)\cos\psi(t),$$

где $$S(t) = \sqrt{s^2_{вых}(t) + \hat{s}^2_{вых}(t)}\ ; \quad \psi(t) = \arctan(\hat{s}_{вых}(t) / s_{вых}(t), \qquad (18)$$

и $\hat{s}_{вых}(t)$ - сигнал на выходе сопряженного по Гильберту СФ. Огибающая $S(t)$ содержит детерминированную компоненту a_j, которая на большом интервале наблюдения T возможно меняется во времени и некоррелированную с ней случайную составляющую $\xi(t)$, распределенную по Релею. Соответственно, фаза колебания $\psi(t)$ равна сумме линейной составляющей $\omega_j t$, начальной фазы φ_j, вносимого СФ фазового сдвига Θ_j и случайной компоненты, обусловленную шумами.

Статистический анализ величин $S(t)$ и $\psi(t)$, полученных при долговременном мониторинге, позволяет уверенно ответить на вопрос: параметры какого процесса (детерминированного или случайного) были измерены и каковы их значения. Действительно, если выборочное распределение огибающей аппроксимируется обобщенной функцией Релея-Райса (I_0 – функция Бесселя нулевого порядка)

$$W(S,t) = \frac{S}{\sigma^2_{\Delta f}} e^{-\frac{S^2 + a_j^2(t)}{2\sigma^2_{\Delta f}}} I_0\left[\frac{Sa_j(t)}{\sigma^2_{\Delta f}}\right], \qquad (19)$$

то её мода соответствует усредненному во времени значению $\overline{a_j}$. По распределению (19) находится дисперсия $\sigma^2_{\Delta\omega}$, которая отражает, с одной стороны, динамику изменения a_j во времени, и энергетику шумов в полосе $\Delta\omega$ на частоте ω_j – с другой. Тогда для известной ω_j выборочное распределение фазы $(\psi(t) - \omega_j t)$ позволяет ответить на вопрос о детерминированности выделенного колебания. Если это распределение имеет четко выраженный максимум и аппроксимируется соотношением вида

$$W(\psi,t)=\frac{1}{2\pi}e^{-\frac{a_j^2(t)}{2\sigma_{\Delta\omega}^2}}+\frac{a_j(t)\cos(\psi-\varphi_0)}{\sigma_{\Delta\omega}\sqrt{2\pi}}F\left[\frac{a_j(t)}{\sigma_{\Delta f}}\cos(\psi-\varphi_0)\right]e^{-\frac{a_j^2(t)}{2\sigma_{\Delta\omega}^2}\sin^2(\psi-\varphi_0)}, \qquad (20)$$

где $F(\cdot)$ – функция Крампа, то выделенное колебание является детерминированным гармоническим процессом. При этом мода распределения (20) позволяет получить оценку $\varphi_0=\varphi_j+\Theta_j$, а при $a_j /\sigma_{\Delta\omega}» 1$ оценкой частоты выделенного колебания является величина, равная $d\psi(t)/dt$. В случае, если выборочное распределение фазы имеет иную форму, то выделенный процесс не является детерминированным [8]. Таким образом, процедура согласованной фильтрации позволяет экспериментально измерить начальную фазу φ_j, частоту ω_j и динамику изменения амплитуды a_j выделенного колебания и ответить на вопрос о его детерминированности.

Рассмотренный подход является инструментом, позволяющим выделять из экспериментальных данных сигналы приливных явлений и получать оценки их параметров при исследованиях любых геофизических полей. При фильтрации входного сигнала системой примыкающих друг к другу узкополосных фильтров экспериментально измеряется переменный во времени спектр, являющий одной из форм описания нестационарных процессов [9]. Этот метод был использован для анализа динамики вариаций напряженности электрического поля Земли [10].

Заключение

Из рассмотренных подходов к оценке параметров скрытых гармонических колебаний в экспериментальных данных, полученных при измерении интенсивности геофизических полей, метод согласованной (узкополосной) фильтрации является наиболее эффективной процедурой. Он не является методом прямой подгонки параметров математической модели к результатам эксперимента и позволяет ответить на вопрос о детерминированности исследуемого явления. Его реализация не требует точного задания априорных данных. В отличии от МСК и ОМП разрешающая способность метода не ограничена временем локальной стационарности исследуемых явлений и может быть задана с необходимой точностью. На практике метод позволяет осуществлять непрерывный мониторинг параметров сигналов приливных явлений в геофизических полях и получать мгновенные их значения. Это открывает дополнительные возможности при изучении явлений диссипации, нутации и прецессии скорости вращения Земли; разработки моделей её внутреннего строения; в высокоточном нивелировании; гидрологии; вулканологии; исследовании поведения глобальной электрической цепи, прогноза электрического состояния и изучения степени воздействия глобальных явлений на физику атмосферы Земли. Реализация метода в цифровой форме не требует использования больших вычислительных мощностей.

Литература

1. Tamura Y. A Procedure for Tidal Analysis with a Bayesian Information Criterion/ Y.Tamura, T.Sato, M.Ooe, M Ishigure. – J. Geod. Soc. Japan, Vol. 104., 1991. – Pp. 507-517.
2. Мельхиор П. Земные приливы / П.Мельхиор. – М.: Мир, 1968. – 482с.
3. Venedikov A. Program VAV/2000 for Analysis of Unevenly Spaced Data with Irregular Drift and Colored Noise/A.Venedikov, J. Arnoso, R.Vieira. – J. Geod. Soc. Japan, Vol.47, No.1, 2001. – Pp. 281-286.
4. Wenzel H.-G. Earth Tide Analysis Package ETERNA 3.0. Bull d'Information Marées Terrestres, 118, 1994. – Pp. 8719-8721.
5. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники/ Б.Р.Левин. Т2. – М.: Советское радио, 1968. – 504 с.
6. Грунская Л.В. Оценка параметров электрического поля приземного слоя атмосферы на основе корреляционного приема: Дисс. на соиск. Ученой степени д.т.н.: 051204/Л.В.Грунская – Владимир, 2006. – 258 с.
7. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. / И.С. Гоноровский. Учебник для вузов. – М.: Советское радио, 1977. – 608 с.

8. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники/ Б.Р.Левин. Т1. – М.: Советское радио, 1974. – 552 с.
9. Бендат Дж. Измерение и анализ случайных процессов. Пер. с англ. под ред. И.Н.Коваленко/ Дж. Бендат, А.Пирсол. - М.: Мир, 1971. – 408 с.
10. Ефимов В.А. Структура вариаций электрического поля Земли в диапазоне частот 1·10-5 ÷2,5·10-5 Гц / В.А.Ефимов, Л.А.Калыгина// Динамика сложных систем. – 2015. - №2. – С. 39-45.